Examenul național de bacalaureat 2024
Proba E. c)
Matematică *M_pedagogic*

Varianta 3

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de trei ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că $\sqrt{2}\left(\sqrt{2}+3\right)-3\sqrt{2}+2=4$.

5p **2.** Se consideră funcțiile $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x+2$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=2x+3$. Determinați numărul real m pentru care $f(m)=g(m)$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{4x-3}=2^{2-x}$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea $A=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$, numărul $2n+1$ să aparțină mulțimii A.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,0)$ și $B(0,4)$. Calculați aria triunghiului AOB.

5p **6.** Arătați că $\left(\sin 60°+\sin 30°\right)\left(\sin 60°-\sin 30°\right)=\sin 45°\cdot\cos 45°$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x\circ y=3xy-2(x+y-1)$.

5p **1.** Arătați că $1\circ 2=2$.

5p **2.** Arătați că $e=1$ este elementul neutru al legii de compoziție „$\circ$”.

5p **3.** Determinați numărul real x pentru care $(x\circ 2)+(x\circ 3)=5$.

5p **4.** Determinați numerele naturale n pentru care $(3n+1)\circ 1<7$.

5p **5.** Demonstrați că $x\circ y=3\left(x-\frac{2}{3}\right)\left(y-\frac{2}{3}\right)+\frac{2}{3}$, pentru orice numere reale x și y.

5p **6.** Arătați că $\frac{1}{2}\circ\frac{2}{3}\circ\frac{3}{4}\circ\frac{4}{5}=\frac{2}{3}$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

Se consideră matricele $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ și $A(a)=\begin{pmatrix}a+1 & -1\\ 1 & a-1\end{pmatrix}$, unde a este număr real.

5p **1.** Arătați că $\det\left(A(1)\right)=1$.

5p **2.** Demonstrați că $I_2+A(a-1)=A(a)$, pentru orice număr real a.

5p **3.** Determinați numerele reale a pentru care $\det\left(A(a)\right)=a$.

5p **4.** Determinați numărul real a pentru care $A(a)\cdot A(a)=\begin{pmatrix}8 & -4\\ 4 & 0\end{pmatrix}$.

5p **5.** Determinați matricea $X\in\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ pentru care $X\cdot A(1)=A(2)$.

5p **6.** Demonstrați că $\det\left(A(a)+I_2\right)\geq 0$, pentru orice număr real a.